

L'algèbre

La pensée algébrique peut être caractérisée par les propriétés suivantes¹.

- Indétermination : les problèmes mettent en jeu des quantités non connues (variables, paramètres, inconnues).
- Dénotation : le nombre indéterminé est nommé ou symbolisé.
- Analyticité : les nombres indéterminés sont traités comme des nombres connus, ils sont manipulés dans des opérations.

Au cycle 2, l'utilisation des schémas en barres permet une première introduction à ce genre de problèmes. On peut en effet considérer que le fait de noter sur un schéma l'inconnue par un point d'interrogation est un premier acte de « dénotation ». Notons également que dès le cycle 1, un travail a été effectué sur les suites évolutives.

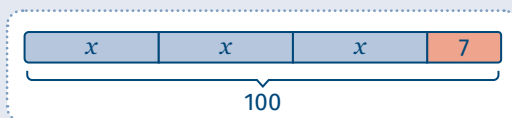
Les problèmes algébriques au programme du cycle 3

Les nouveaux programmes introduisent plusieurs types de problèmes algébriques. Ces problèmes sont de prime abord d'une difficulté nettement supérieure aux problèmes arithmétiques du cycle 2. Ils demandent une véritable réflexion de la part de l'élève, qui les résoudra « au cas par cas » en s'appuyant sur des représentations, puisque leur résolution purement algébrique (et donc en toute généralité) dépasse de loin le programme de primaire. Tous ces problèmes ont en commun le fait d'utiliser une lettre, un symbole ou un dessin pour représenter la valeur d'un nombre inconnu.

Exemples de problèmes algébriques au programme de CM1 et CM2

Schéma en barres

Mia a choisi un nombre. En ajoutant 7 au triple de ce nombre, on trouve 100. Quel est le nombre choisi par Mia ?



Programmes de calculs

- › Choisir un nombre entier.
- › Ajouter 2 au nombre choisi.
- › Multiplier le résultat par 4.
- › Écrire le nombre obtenu.

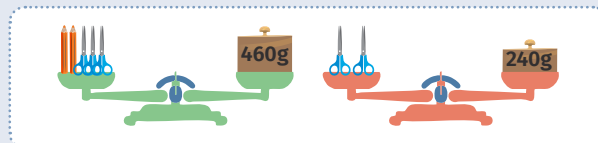
Déterminer le nombre obtenu en appliquant ce programme au nombre 9.

Suites évolutives



De combien de carrés seront composés les motifs des trois étapes suivantes ?

Balances



Quelle est la masse d'un crayon et d'une paire de ciseaux ?

Développer la pensée algébrique tout au long de l'année

Lors du travail en classe en calcul mental, l'enseignant doit se montrer le plus explicite possible. Il est important de bien nommer les opérations faites, d'expliciter les manipulations et les transformations sur les écritures ou de montrer l'équivalence de deux expressions numériques. Ce travail permet petit à petit de faire comprendre aux élèves que derrière tous les calculs se cache une grande structure, qui peut aussi bien s'appliquer à des nombres inconnus voire, plus tard, à des objets autres que des nombres.

Lors du travail de résolution de problèmes arithmétiques, il convient de bien mobiliser des représentations variées, notamment les schémas en ligne ou en barres, mais également les modèles de balances ou de mobiles, pour travailler l'équivalence. Ces représentations, parfois dispensables dans des problèmes simples, se révèlent incontournables pour résoudre les problèmes algébriques du cycle 3.

Le nouveau statut du signe égal

L'un des points centraux d'une transition réussie vers la pensée algébrique est la bonne compréhension du signe égal. Il est important de faire comprendre aux élèves que le signe égal ne désigne pas simplement le résultat d'un calcul. Il signifie plutôt l'équivalence entre deux expressions.

Dès le cycle 2, cet usage peut être fait sur des expressions numériques. On doit, par exemple, confronter les élèves à des expressions du type $30 = 6 \times 5$, qui traduit le fait que 30 est un multiple de 5, ou bien $40 + 8 = 6 \times 8$, qui traduit une factorisation par 8. Dans les deux cas, l'égalité écrite ne traduit pas un calcul fait de gauche à droite, mais bien le fait que les deux membres désignent le même nombre.

Au cycle 3 et au-delà, cette aisance permet de donner tout son sens aux manipulations sur les équations, qui sont introduites (sans formalisme) dès le CM1. Ainsi, l'élève sera à même de comprendre pourquoi l'expression $x + 3 = 5$ est équivalente à $x = 2$.

¹ Voir Luis Radford, « The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking » *Math Ed Res J* 26, 257-277 (2014).